Pengembangan Program Linear Multi-Objektif *Fuzzy* Stokastik Model Simetris dan Penyelesaiannya dengan Menggunakan Teknik *Chance Constrained*

Ernestina Lalian¹, Grandianus Seda Mada^{2*}, Faustianus Luan³, Eva Binsasi⁴

^{1,2,3,4}Program Studi Matematika, Fakultas Pertanian, Universitas Timor, Kefamenanu, TTU – NTT, Indonesia.

*Email korespondensi: grandianusmada@gmail.com

Article Info

Article history:

Received: 17 November 2021

Received in revised form: 01 Desember 2021

Accepted: 15 Desember 2021

Doi: <https://doi.org/10.32938/slk.v4i2.1535>

Keywords:

Model Simetris,
PLMOFS – PLSOD,
Teknik *Chance Constrained*

Abstrak

Program linear merupakan salah satu metode penentuan nilai optimum dari suatu persoalan. Persoalan-persoalan program linear yang dihadapi para pengambil keputusan mengalami berbagai variasi dari waktu ke waktu. Berbagai masalah yang ada dapat dipandang sebagai program linear multi-objektif *fuzzy*, program linear multi-objektif stokastik, ataupun kombinasi keduanya. Penelitian ini berfokus pada Program Linear Multi-Objektif *Fuzzy* Stokastik (PLMOFS) dengan setiap fungsi tujuan memiliki tingkat kepentingan yang sama bagi pengambil keputusan atau disebut dengan model simetris. Fungsi tujuan dari PLMOFS ini mengandung parameter *fuzzy* dan variabel random berdistribusi normal sedangkan fungsi kendalanya mengandung parameter *fuzzy*. Tujuan dari penelitian ini yaitu memformulasikan PLMOFS dan menyusun algoritma untuk mentransformasi PLMOFS menjadi Program Linear *Single*-Objektif Deterministik (PLSOD) yang kemudian dapat diselesaikan menggunakan metode simpleks. Dalam mentransformasi PLMOFS menjadi PLSOD digunakan teknik *chance constrained*. Pada akhirnya diberikan contoh numerik untuk mengilustrasikan cara penyelesaian dari algoritma yang telah disusun. Model dan algoritma yang telah dibentuk diharapkan dapat membantu pengambil keputusan dalam menyelesaikan berbagai persoalan.

1. Pendahuluan

Berbagai masalah dalam proses pengambilan keputusan bersifat multidimensi dan memiliki berbagai tujuan sehingga lebih diperlukan pendekatan multi-objektif dari pada pendekatan *single* objektif (Sakawa, 1993). Namun mengingat ketidakketepatan atau ketidakjelasan yang melekat dalam penilaian manusia, dan penilaiannya perlu dimasukkan ke dalam masalah pengoptimalan multi-objektif maka Zimmerman (1978) dalam Sakawa (1993) menggunakan teori himpunan *fuzzy* ke dalam program linear multi-objektif yang kemudian disebut sebagai program linear multi-objektif *fuzzy*.

Amid dkk (2006) menjelaskan bahwa Belman dan Zadeh mengembangkan sebuah model untuk memecahkan program linear multi-objektif *fuzzy*. Dalam modelnya tujuan dan kendala memiliki tingkat kepentingan yang sama sehingga model ini disebut model simetris. Namun model simetris yang dikembangkan oleh Amid dkk (2006) hanya sampai pada tujuannya yang bersifat *fuzzy* sedangkan kendalanya masih deterministik.

Cheng dkk (2013) mengembangkan program linear multi-objektif dengan fungsi objektif *fuzzy* dan kendala *fuzzy* serta menyelesaikannya dengan menggunakan metode standar devisiasi kemudian Mada (2019.) mengembangkan program linear multi-objektif dengan fungsi objektif *fuzzy* dan kendala *fuzzy* yang dikembangkan oleh Cheng dkk (2013) dan menyelesaikan dengan menggunakan model simetris yang dikembangkan oleh Amid dkk (2006). Selanjutnya, Hulsurkar dkk (1997) mengembangkan model program linear multi-objektif *fuzzy* stokastik dan menyelesaikan dengan menggunakan teknik *chance constrained*. Penelitian ini fokus mengembangkan model Program Linear Multi-objektif *Fuzzy* Stokastik dengan mengkombinasikan model yang dikenalkan oleh Hulsurkar dkk (1997) dan model yang dikembangkan oleh Mada (2019) serta menyelesaikannya dengan menggunakan model simetris yang dikembangkan oleh Amid dkk (2006) dan Mada (2019) serta teknik *chance constrained* yang dikembangkan oleh Hulsurkar dkk (1997).

2. Metode

Penelitian ini merupakan penelitian kajian eksplorasi dengan mengkaji beberapa jurnal, buku, dan sumber lainnya dari internet. Jurnal utama yang dikaji adalah jurnal Mada (2019) dan jurnal Hulsurkar dkk (1997). Model yang diteliti merupakan model simetris yaitu model dengan setiap fungsi tujuan memiliki tingkat kepentingan yang sama bagi pengambil keputusan. Model yang dikembangkan juga hanya terbatas pada fungsi tujuannya saja yang mengandung variabel random sehingga untuk penelitian lanjutan dapat dikembangkan untuk model dengan fungsi kendalanya saja yang mengandung variabel random ataupun keduanya baik fungsi tujuan maupun fungsi kendala, mengandung variabel random. Dalam menyelesaikan PLMOFS diperlukan transformasi ke bentuk PLSOD. Proses transformasi dilakukan dengan memakai teknik *chance constrained* yang disampaikan oleh Hulsurkar dkk (1997). dan konsep infimum – supremum *fuzzy* dari bilangan *fuzzy* segitiga yang disampaikan oleh Ramik dan Rimanek (1985) dan dikembangkan oleh Nehi dan Alineghad (2008).

3. Hasil dan Pembahasan

3.1 Formulasi Program Linear Multi-Objektif *Fuzzy* Stokastik (PLMOFS)

Model PLMOFS yang merupakan kombinasi dari Mada (2019) dan Hulsurkar dkk (1997) disajikan seperti berikut: menentukan $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ yang meminimalkan $\tilde{Z}_k = \sum_{i=1}^n c_{ki}x_i \leq z_k^0$, $k = 1, 2, \dots, p$, memaksimalkan $\tilde{Z}_l = \sum_{i=1}^n c_{li}x_i \geq z_l^0$, $l = p+1, p+2, \dots, q$, dengan kendala

(1)

$$\tilde{g}_r(x) = \sum_{i=1}^n \tilde{a}_{ri}x_i \leq \tilde{b}_r, r = 1, 2, \dots, h$$

$$g_p(x) = \sum_{i=1}^n a_{pi}x_i \leq b_p, p = 1, 2, \dots, m$$

$$x_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, n$$

dengan c_{ki}, c_{li} merupakan variabel random berdistribusi normal, a_p dan b_p bernilai *crisp*, $\tilde{a}_{ri} = (a_{ri}^{(1)}, a_{ri}^{(2)}, a_{ri}^{(3)})$ dan $\tilde{b}_r = (b_r^{(1)}, b_r^{(2)}, b_r^{(3)})$ adalah parameter *fuzzy* dari kendala ke- r , z_k^0 dan z_l^0 adalah tingkat aspirasi atau tujuan yang ingin dicapai oleh pembuat keputusan dan tanda tilde $\sim$ menyatakan lingkungan yang bersifat *fuzzy*.

Program linear (1) belum dapat diselesaikan dengan metode simpleks oleh karena itu perlu dilakukan transformasi ke model PLSOD. Transformasi yang dimaksud terbagi menjadi tiga tahap dengan tahap pertama yaitu mentransformasi variabel random menjadi variabel *crisp*, tahap kedua yaitu mentransformasi multi-objektif menjadi *single*-objektif dan tahap ketiga yaitu mentransformasi kendala *fuzzy* menjadi kendala deterministik.

3.2 Transformasi Variabel Random menjadi Variabel *Crisp*

Karena c_{ki} dan c_{li} merupakan variabel random berdistribusi normal maka berdasarkan teknik *Chance Constrained* yang disampaikan oleh Hulsurkar dkk (1997), fungsi objektifnya yaitu $\tilde{Z}_k$ dan $\tilde{Z}_l$ juga merupakan variabel random berdistribusi normal sehingga *mean* dari fungsi-fungsi objektifnya adalah:

$$E(\tilde{Z}_k) = \sum_{i=1}^n E(c_{ki})x_i \quad (2)$$

$$E(\tilde{Z}_l) = \sum_{i=1}^n E(c_{li})x_i \quad (3)$$

Dari sini, Program linear (1) dapat berubah menjadi masalah:

Menentukan $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ yang

Meminimalkan $E(\tilde{Z}_k) = \sum_{i=1}^n E(c_{ki})x_i \leq z_k^0$ $k = 1, 2, \dots, p$

memaksimalkan $E(\tilde{Z}_l) = \sum_{i=1}^n E(c_{li})x_i \geq z_l^0$ $l = p+1, p+2, \dots, q$

dengan kendala

$$\tilde{g}_r(x) = \sum_{i=1}^n \tilde{a}_{ri}x_i \leq \tilde{b}_r, r = 1, 2, \dots, h,$$

$$g_p(x) = \sum_{i=1}^n a_{pi}x_i \leq b_p, p = h+1, h+2, \dots, m,$$

$$x_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, n. \quad (4)$$

Variabel random pada program linear (4) telah berubah menjadi variabel *crisp* sehingga program linear (4) disebut sebagai Program Linear Multi-Objektif *Fuzzy*. Fungsi keanggotaan untuk masing-masing fungsi objektif *fuzzy* dan kendala *fuzzy* merupakan fungsi linear sebagai berikut:

$$\mu_{E(Z_k)}(x) = \begin{cases} 1 & ; & Z_k(x) \leq Z_k^- \\ f_{Z_k} = \frac{Z_k^+ - Z_k(x)}{Z_k^+ - Z_k^-} & ; & Z_k^- \leq Z_k(x) \leq Z_k^+, (k = 1, 2, \dots, p) \\ 0 & ; & Z_k(x) \geq Z_k^+ \end{cases} \quad (5)$$

$$\mu_{E(Z_l)}(x) = \begin{cases} 1 & ; & Z_l(x) \geq Z_l^+ \\ f_{Z_l} = \frac{Z_l^+ - Z_l(x)}{Z_l^+ - Z_l^-} & ; & Z_l^- \leq Z_l(x) \leq Z_l^+, (l = p+1, p+2, \dots, q) \\ 0 & ; & Z_l(x) \leq Z_l^- \end{cases} \quad (6)$$

$$\mu_{a_r}(x) = \begin{cases} 0 & ; & x < a^{(1)}, x > a^{(3)} \\ 1 - \frac{a^{(2)} - x}{\beta} & ; & a^{(2)} - \beta \leq x \leq a^{(2)} \\ 1 - \frac{x - a^{(2)}}{\gamma} & ; & a^{(2)} \leq x \leq a^{(2)} + \gamma \\ 1 & ; & x = a^{(2)} \end{cases} \quad (7)$$

$$\mu_{b_r}(x) = \begin{cases} 0 & ; & x < b^{(1)}, x > b^{(3)} \\ 1 - \frac{b^{(2)} - x}{\beta} & ; & b^{(2)} - \beta \leq x \leq b^{(2)} \\ 1 - \frac{x - b^{(2)}}{\gamma} & ; & b^{(2)} \leq x \leq b^{(2)} + \gamma \\ 1 & ; & x = b^{(2)} \end{cases} \quad (8)$$

Fungsi keanggotaan untuk fungsi kendala menggunakan definisi bilangan *fuzzy* segitiga yang disampaikan oleh Kalaichelvi dan Janofer (2012). Grafik fungsi keanggotaan (5), (6), (7) dan (8) disajikan pada Gambar 1.

Gambar 1. Fungsi Keanggotaan dari (a). $Z_l(x)$, (b). $Z_k(x)$, (c). $a_r(x)$ dan (d). $b_r(x)$

3.3 Transformasi Multi-Objektif menjadi Single-Objektif

Berikut diberikan dua definisi yang berperan dalam proses transformasi multi-objektif menjadi *single*-objektif.

Definisi 3.1 Keputusan *fuzzy* untuk q fungsi objektif *fuzzy* dan h kendala *fuzzy* dengan fungsi objektif *fuzzy* memiliki kepentingan yang sama didefinisikan oleh fungsi keanggotaan

$$\begin{aligned} \mu_D(x) &= \left\{ \bigcap_{j=1}^q \mu_{E(z_j)}(x) \right\} \cap \left\{ \bigcap_{r=1}^h \mu_{G(r)}(x) \right\} \\ \Leftrightarrow \mu_D(x) &= \bigcap_{j=1}^q \mu_{E(z_j)}(x) \\ \Leftrightarrow \mu_D(x) &= \min_{j=1,2,\dots,q} \mu_{E(z_j)}(x) \end{aligned} \quad (9)$$

Keputusan *fuzzy* ini disebut **Keputusan Fuzzy Simetris**.

Definisi 3.2 Keputusan maksimum dari keputusan *fuzzy* simetris didefinisikan oleh

$$\begin{aligned} \mu_D(x^*) &= \max_{x \in X_d} \mu_D(x) \\ &= \max_{j=1,\dots,q} \min_{x \in X_d} \mu_{E(z_j)}(x) \\ &= \max_{x \in X_d} \min \{ \mu_{E(z_1)}, \mu_{E(z_2)}, \dots, \mu_{E(z_q)} \} \end{aligned} \quad (10)$$

Berdasarkan Definisi 3.1 dan 3.2 diatas maka Model Simetris Program Linear (4) dengan fungsi tujuan multi-objektif dapat ditransformasi menjadi *single*-objektif sebagai berikut:

Menentukan $x = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^T$ yang memaksimalkan $y(x_1, x_1, \dots, x_n, \lambda) = \lambda$ dengan kendala

$$\begin{aligned} \lambda &\leq \mu_{E(z_j)}(x), \quad j = 1, 2, \dots, q \\ \tilde{g}_r(x) &= \sum_{i=1}^n \tilde{a}_{ri} x_i \leq \tilde{b}_r, \quad r = 1, 2, \dots, h, \\ g_p(x) &= \sum_{i=1}^n a_{pi} x_i \leq b_p, \quad p = h+1, h+2, \dots, m, \\ x_i &\geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n. \\ 0 &\leq \lambda \leq 1. \end{aligned} \quad (11)$$

Langkah 1 : Mengkonstruksikan PLMOFS berdasarkan tujuan-tujuan yang dicapai dan kendala-kendala yang dihadapi.

a. Identifikasi fungsi tujuan dan fungsi kendala identifikasi fungsi tujuan

Program linear (11) merupakan Program Linear *Single*-Objektif *Fuzzy*. Program linear ini belum dapat diselesaikan dengan metode simpleks karena masih mengandung kendala *fuzzy*.

3.4 Transformasi Kendala Fuzzy menjadi Kendala Deterministik

Untuk menyelesaikan program linear *fuzzy* seperti ini, Balan (2016) serta Nehi dan Alineghad (2008) mengajukan untuk mengubah kendala *fuzzy* ke bentuk kendala *crisp* dengan mengubah bentuk bilangan *fuzzy* segitiga menjadi bentuk bilangan interval sesuai definisi yang diajukan oleh Ramik dan Rimanek (1985)

Bilangan *fuzzy* $\tilde{A}$ dapat direpresentasikan oleh interval tertutup yang bergantung pada nilai interval dari α , atau dapat ditulis sebagai berikut:

$$\tilde{A}_\alpha = \{x | \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha\} = [A_\alpha^L, A_\alpha^U]$$

dengan A_α^L atau A_α^U masing-masing melambangkan nilai ekstrim kiri atau kanan dari himpunan level- α , $\tilde{A}_\alpha$. Khususnya untuk $\tilde{A} = (a^{(2)}, \beta, \gamma)$ bilangan *fuzzy* segitiga maka $\tilde{A} = [\beta(\alpha - 1) + a^{(2)}, a^{(2)} - \gamma(\alpha - 1)]$ (Nehi & Alineghad, 2008)

Berikut diberikan Definisi dan Teorema yang menjelaskan tentang transformasi kendala *fuzzy* ke bentuk kendala deterministik.

Definisi 3.3. (Ramik dan Rimanek, 1985) Diberikan $\tilde{M}$ dan $\tilde{N}$ dua bilangan *fuzzy*, maka

$$\tilde{M} \leq \tilde{N} \text{ jika } \tilde{M} \leq_L \tilde{N} \text{ dan } \tilde{M} \leq_R \tilde{N}$$

dengan

$\tilde{M} \leq_L \tilde{N}$ jika $\inf \tilde{M}_\alpha \leq \inf \tilde{N}_\alpha$ untuk $\alpha \in [0,1]$ atau ekuivalen dengan kondisi $\forall v \in X \exists u \in X [u \leq v \& \mu_{\tilde{M}}(u) \geq \mu_{\tilde{N}}(v)]$; sedangkan

$\tilde{M} \leq_R \tilde{N}$ jika $\sup \tilde{M}_\alpha \leq \sup \tilde{N}_\alpha$ untuk $\alpha \in [0,1]$ atau ekuivalen dengan kondisi $\forall u \in X \exists v \in X [u \leq v \& \mu_{\tilde{M}}(u) \geq \mu_{\tilde{N}}(v)]$.

Simbol R dan L masing-masing melambangkan relasi sisi kiri dan relasi sisi kanan. Relasi $\tilde{M} \leq_R \tilde{N}$ menyatakan bahwa $\tilde{M}$ tidak lebih dari $\tilde{N}$ dan relasi $\tilde{M} \leq_L \tilde{N}$ menyatakan bahwa $\tilde{N}$ tidak kurang dari $\tilde{M}$ sehingga relasi $\tilde{M} \leq \tilde{N}$ menyatakan bahwa $\tilde{M}$ tidak lebih dari $\tilde{N}$ atau $\tilde{N}$ tidak kurang dari $\tilde{M}$.

Teorema 3.4. (Nehi dan Alineghad, 2008) Diberikan $\tilde{M}$ dan $\tilde{N}$ dua bilangan *fuzzy*, maka

$$\tilde{M} \leq \tilde{N} \Leftrightarrow \tilde{M} \vee \tilde{N} = \tilde{N}$$

Berdasarkan Definisi 3.1 dan Teorema 3.2, diberikan Teorema berikut.

Teorema 3.5. (Nehi dan Alineghad, 2008) Jika $\tilde{M}$ dan $\tilde{N}$ dua bilangan *fuzzy*, $\tilde{M} \vee \tilde{N} = \tilde{N}$ jika dan hanya jika untuk setia $\alpha \in [0,1]$ berlaku

$$\inf \{x: \mu_{\tilde{N}}(x) \geq \alpha\} \geq \inf \{x: \mu_{\tilde{M}}(x) \geq \alpha\}$$

$$\sup \{x: \mu_{\tilde{N}}(x) \geq \alpha\} \geq \sup \{x: \mu_{\tilde{M}}(x) \geq \alpha\}$$

Jika $\tilde{M} = (m^{(2)}, \beta, \gamma)$ dan $\tilde{N} = (n^{(2)}, \delta, \tau)$ dua bilangan *fuzzy*, maka diperoleh

$$\tilde{M} \leq \tilde{N} \Leftrightarrow \begin{cases} m^{(2)} \leq n^{(2)} \\ m^{(2)} - \beta \leq n^{(2)} - \delta \\ m^{(2)} + \gamma \leq n^{(2)} + \tau \end{cases}$$

dengan $\beta = m^{(2)} - m^{(1)}$, $\gamma = m^{(3)} - m^{(2)}$, $\delta = n^{(2)} - n^{(1)}$ dan $\tau = n^{(3)} - n^{(2)}$.

Berdasarkan Teorema 3.5, program linear (10) diubah menjadi:

Menentukan $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ yang memaksimalkan $y(x_1, x_1, \dots, x_n, \lambda) = \lambda$ dengan kendala

$$\begin{aligned} \lambda &\leq \mu_{E(z_j)}(x), \quad j = 1, 2, \dots, q \\ g_r(x) &= \sum_{i=1}^n a_{ri}^2 x_i \leq b_r^2, \quad r = 1, 2, \dots, h, \\ g_r(x) &= \sum_{i=1}^n (a_{ri}^2 - \beta) x_i \leq b_r^2 - \delta, \quad r = 1, 2, \dots, h, \\ g_r(x) &= \sum_{i=1}^n (a_{ri}^2 + \gamma) x_i \leq b_r^2 + \tau, \quad r = 1, 2, \dots, h, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} g_p(x) &= \sum_{i=1}^n a_{pi} x_i \leq b_p, \quad p = h+1, h+2, \dots, m, \\ x_i &\geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

dengan $\beta = a_{ri}^2 - a_{ri}^1$, $\delta = b_{ri}^2 - b_{ri}^1$ masing-masing adalah besar toleransi sisi kiri dari dua parameter *fuzzy* $\tilde{a}_{ri}$ dan $\tilde{b}_r$ sementara $\gamma = a_{ri}^3 - a_{ri}^2$, $\tau = b_{ri}^3 - b_{ri}^2$ masing-masing adalah besar toleransi sisi kanan dari dua parameter *fuzzy* $\tilde{a}_{ri}$ dan $\tilde{b}_r$.

Program linear (12) merupakan Program Linear Single-Objektif Deterministik (PLSOD) atau program linear biasa, sehingga dapat diselesaikan dengan metode simpleks. Dengan menyelesaikan (12) diperoleh solusi optimal λ^* dan x^* . Solusi optimal x^* ini merupakan solusi optimal dari PLMOFS (1) dan λ^* merupakan derajat keanggotaan untuk $z_j(x^*)$, $j = 1, 2, \dots, q$. Hal ini dijamin oleh Teorema 3.6 dan Teorema 3.7.

Teorema 3.6 Jika $x^* \in X$ adalah solusi optimal tunggal dari PLSOD (12) maka x^* adalah solusi optimal pareto dari PLMOFS (1).

Teorema 3.7 Jika $x^* \in X$ adalah solusi optimal pareto dari PLMOFS (1), maka x^* adalah solusi optimal dari model simetris (12).

3.5 Algoritma Penyelesaian Model

- b. Menentukan minimum dan maksimum individual untuk masing- masing fungsi objektif
- c. Mendeskripsikan tujuan *fuzzy* dan kendala *fuzzy*
- d. Menentukan fungsi keanggotaan untuk fungsi objektif *fuzzy* dan kendala *fuzzy*

Langkah 2 : Mentransformasi Variabel Random menjadi Variabel *Crisp*

Langkah 3 : Mentransformasi Multi-Objektif menjadi *Single*-Objektif

Langkah 4 : Mentransformasi Kendala *Fuzzy* menjadi Kendala Deterministik.

Langkah 5 : Menentukan solusi optimal x^* dengan menyelesaikan masalah program linear *single*-objektif deterministik menggunakan metode simpleks.

3.6 Contoh Numerik

Diberikan PLMOFS sebagai berikut:

meminimalkan $Z_1 = c_{11}x_1 + c_{12}x_2 + c_{13}x_3 \leq 23745,6$
memaksimalkan $Z_2 = c_{21}x_1 + c_{22}x_2 + c_{23}x_3 \leq 1289,64$
memaksimalkan $Z_3 = c_{31}x_1 + c_{32}x_2 + c_{33}x_3 \leq 1260,56$
dengan kendala:

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 &= 1500 \\ (0.90, 0.91, 0.92)x_1 &\leq (515, 568, 622) \\ (0.90, 0.91, 0.92)x_2 &\leq (419, 544, 598) \\ (0.90, 0.91, 0.92)x_3 &\leq (562, 615, 669) \\ x_i &\geq 0, i = 1, 2, 3. \end{aligned} \quad (13)$$

dengan Z_1 menyatakan harga, Z_2 menyatakan tingkat kualitas dan Z_3 menyatakan tingkat pelayanan. $c_{11}, c_{12}, c_{13}, c_{21}, c_{22}, c_{23}, c_{31}, c_{32}$, dan c_{33} merupakan variabel random berdistribusi normal dengan meannya diperoleh dari Tabel 1.

Tabel 1. Informasi Kuantitatif Supplier

No	Harga (Rp/Kemasan)			Kualitas (%)			Pelayanan (%)		
	S1	S2	S3	S1	S2	S3	S1	S2	S3
1	15000	15000	15500	95	95	95	90	90	90
2	16000	15500	15500	90	80	85	80	85	90
3	15500	16000	15000	85	80	80	80	85	80
4	16500	15000	16500	80	85	85	85	85	80
5	17500	16000	17000	85	80	85	80	80	80
Jumlah	80500	77500	79500	435	420	430	415	425	420
Mean	16100	15500	15900	87	84	86	83	85	84

S1= Supplier 1, S2= Supplier 2, S3= Supplier 3.

Berdasarkan program linear (12), PLMOFS (13) ditransformasi menjadi:

Tentukan x_1, x_2, x_3 yang

Memaksimalkan λ

Dengan kendala:

$$\begin{aligned} \lambda &\leq \frac{23842,8 - (16.1x_1 + 15.5x_2 + 15.9x_3)}{97.2} \\ \lambda &\leq \frac{(0.87x_1 + 0.84x_2 + 0.86x_3) - 1284,78}{4,86} \\ \lambda &\leq \frac{(0.83x_1 + 0.85x_2 + 0.84x_3) - 1257,32}{3,24} \\ x_1 + x_2 + x_3 &= 1500 \\ 0,90x_1 &\leq 515 \\ 0,91x_1 &\leq 568 \\ 0,92x_1 &\leq 622 \\ 0,90x_2 &\leq 419 \\ 0,91x_2 &\leq 544 \\ 0,92x_2 &\leq 598 \\ 0,90x_3 &\leq 562 \\ 0,91x_3 &\leq 615 \\ 0,92x_3 &\leq 669 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \\ \lambda &\in [0,1]. \end{aligned}$$

yang menghasilkan solusi optimal sebagai berikut:

$x_1 = 453, x_2 = 423$, dan $x_3 = 624$

$Z_1 = 11.008, Z_2 = 847,7$, dan $Z_3 = 787,45$

Tingkat pencapaian fungsi objektifnya adalah

$$\mu_{Z_1} = 0, \quad \mu_{Z_2} = 0.73, \quad \mu_{Z_3} = 0.26$$

4. Simpulan

Dalam menyelesaikan Program Linear Multi-Objektif *Fuzzy* Stokastik (PLMOFS), perlu dilakukan transformasi PLMOFS menjadi Program Linear *Single*-Objektif Deterministik (PLSOD) sehingga program linear tersebut dapat diselesaikan dengan metode simpleks. Proses transformasi terbagi menjadi tiga tahap dengan tahap pertama yaitu mentransformasi variabel random menjadi variabel crisp, tahap kedua yaitu mentransformasi multi-objektif menjadi *single*-objektif dan tahap ketiga yaitu mentransformasi kendala *fuzzy* menjadi kendala deterministik.

Pustaka

- Amid, A., Ghodsypour, S. H., O'Brien, C. 2006. Fuzzy multiobjective linear model for supplier selection in a supply chain. *International Journal of Production Economics*, 104(2), 394–407. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2005.04.012>
- Balan, B. T. 2016. Solving Multi-Objective Fuzzy Linear Optimization Problem Using Fuzzy Programming Technique. *IOSR Journal of Mathematics*, 4.
- Cheng, H., Huang, W., Zhou, Q., Cai, J. 2013. Solving fuzzy multi-objective linear programming problems using deviation degree measures and weighted max–min method. *Applied Mathematical Modelling*, 37(10–11), 6855–6869. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2013.01.048>
- Hulsurkar, S., Biswal, M. P., Sinha, S. B. 1997. Fuzzy programming approach to multi-objective stochastic linear programming problems. *Fuzzy Sets and Systems*, 88(2), 173–181. [https://doi.org/10.1016/S0165-0114\(96\)00056-5](https://doi.org/10.1016/S0165-0114(96)00056-5)
- Kalaichelvi, D. A., Janofer, K. 2012. α -Cuts Of Triangular Fuzzy Numbers And α -Cuts Of Triangular Fuzzy Number Matrices. *Int Jr. of Mathematics Sciences & Applications*, 2 (2), 655-645.
- Mada, G. S. 2019. Model Pembobotan Aditif Termomodifikasi Untuk Menyelesaikan Masalah Pemilihan Supplier Multi-Objektif Fuzzy dengan Fungsi Objektif Fuzzy Dan Kendala Fuzzy Pada Rantai Supply. *Prosiding Seminar Nasional Saintek IV Universitas Nusa Cendana* Kupang, 25 Oktober 2019.
- Nehi, H. M., Alineghad, M. 2008. *Solving Interval and Fuzzy Multi Objective Linear Programming Problem by Necessarily Efficiency Points*. 8.
- Ramík, J., Rimanek, J. 1985. Inequality relation between fuzzy numbers and its use in fuzzy optimization. *Fuzzy Sets and Systems*, 16(2), 123–138. [https://doi.org/10.1016/S0165-0114\(85\)80013-0](https://doi.org/10.1016/S0165-0114(85)80013-0)
- Sakawa, M. 1993. *Fuzzy Sets and Interactive Multiobjective Optimization*. Springer US. <https://doi.org/10.1007/978-1-4899-1633-4>